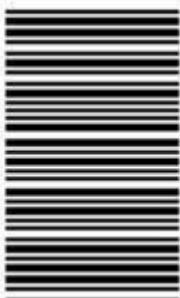


126

B



126B

نام:
نام خانوادگی:
محل امضا:



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه
۱۳۹۴/۱۲/۱۴

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) – سال ۱۳۹۵

علوم ریاضی (کد ۲۲۰۶)

مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان دروس اختصاصی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	دروس اختصاصی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مبانی آنالیز ریاضی:

۱- فرض کنید $f: A \times B \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی کراندار باشد. کدام گزینه درست است؟

$$\sup_y \inf_x f(x, y) \leq \inf_y \sup_x f(x, y) \quad (۱)$$

$$\sup_y \inf_x f(x, y) \leq \inf_x \sup_y f(x, y) \quad (۲)$$

$$\sup_y \inf_x f(x, y) \geq \inf_x \sup_y f(x, y) \quad (۳)$$

$$\sup_x \inf_y f(x, y) \leq \inf_x \sup_y f(x, y) \quad (۴)$$

۲- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2(\pi\sqrt{n^2+n})$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۰

(۳) ۱

(۴) موجود نیست.

۳- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{\cos 1} \times \frac{1}{\cos \frac{1}{2}} \times \dots \times \frac{1}{\cos \frac{1}{n}}}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ∞

۴- اگر $n = 1, 2, \dots$ و $x_n = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times \dots \times 2n}$ کدام گزینه درست است؟

(۱) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ولی $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ واگراست.

(۲) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \neq 0$ لذا $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ واگراست.

(۳) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ و $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ به مقدار کمتر یا مساوی e همگراست.

(۴) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ و $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ به مقدار بیشتر از e همگراست.

۵- سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos n)(\sin(na))}{n}$ به ازای چه مقادیر a همگراست؟

(۱) فقط وقتی که $|a| \leq 1$.

(۲) فقط وقتی که a مضربی صحیح از $\frac{\pi}{4}$ باشد.

(۳) فقط وقتی که a اصم یا صفر باشد.

(۴) تمام مقادیر $a \in \mathbb{R}$.

۶- فرض کنید $f(x)$ بر بازه $[0, 1]$ گران‌دار باشد و برای $0 \leq x \leq \frac{1}{a}$ که $a, b > 1$ و $a \neq b$ در رابطه $f(ax) = bf(x)$

صدق کند. کدام گزینه در مورد $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ درست است؟

(۱) حد موجود و برابر $\frac{b}{a}$ است.

(۲) حد موجود و برابر $f(0)$ است.

(۳) حد موجود و برابر $\frac{a}{b}$ است.

(۴) ممکن است حد موجود نباشد.

۷- در مورد تابع $f(x) = [x] + (x - [x])^{[x]}$ که $x \in (0, +\infty)$ کدام گزینه درست است؟

(۱) تابع f بر $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

(۲) $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - [x]) = 0$

(۳) تابع f بر $(0, +\infty)$ پیوسته یکنواخت است.

(۴) تابع f بر $(0, +\infty)$ پیوسته است ولی پیوسته یکنواخت نیست.

۸- فرض کنید I یک بازه و $f: I \rightarrow \mathbb{R}$. کدام گزینه نتیجه می‌دهد؟ f پیوسته یکنواخت است.

- (۱) کران‌دار، پیوسته و یکنوا است.
- (۲) f پیوسته و $f \circ f$ پیوسته یکنواخت است.
- (۳) f یک‌به‌یک و تصویر وارون هر دنباله کوشی، کوشی است.
- (۴) به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ تابع $g_n(x) = x^n f(x)$ پیوسته یکنواخت است.

۹- فرض کنید I یک بازه کران‌دار و $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته یکنواخت باشد، در این صورت همه گزینه‌های زیر، صحیح‌اند، به‌غیراز:

- (۱) $f(I)$ کران‌دار است.
- (۲) اگر f یک‌به‌یک باشد، تصویر وارون هر دنباله کوشی، کوشی است.
- (۳) اگر f اکیداً یکنوا باشد دارای وارون پیوسته یکنواخت است.
- (۴) چندجمله‌ای p وجود دارد که $p \circ f$ پیوسته یکنواخت نیست.

۱۰- فرض کنید D زیرمجموعه باز \mathbb{R} ، $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ صعودی باشد. کدام گزینه معادل پیوستگی f نیست؟

- (۱) برای هر $a \in D$ ، $\inf \{f(y) - f(x) : x, y \in D, x < a < y\} = 0$.
- (۲) برای هر زیرمجموعه کران‌دار A از D ، $\inf(f(A)) = f(\inf A)$ و $\sup f(A) = f(\sup A)$.
- (۳) f دارای وارون پیوسته باشد.
- (۴) برای هر $a \in D$ ، دنباله $\{x_n\}$ در D وجود دارد که $f(a) = \lim f(x_n)$ و $\{n : x_n > a\}$ و $\{n : x_n < a\}$ نامتناهی باشد.

۱۱- فرض کنید $a < 0$ و تابع f بر بازه $[a, b]$ پیوسته و بر بازه (a, b) مشتق‌پذیر باشد. در این صورت عددی مانند c

در بازه (a, b) یافت می‌شود به طوری که مقدار $\frac{bf(a) - af(b)}{b - a}$ برابر است با:

- (۱) $f(c)$
- (۲) $f'(c)$
- (۳) $f(c) - cf'(c)$
- (۴) $cf'(c) - f(c)$

۱۲- فرض کنید f بر $(0, \infty)$ مشتق‌پذیر باشد و $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 1$ در این صورت:

- (۱) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
- (۲) $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = 1$
- (۳) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- (۴) به ازای هر $h \in (0, 1)$ ، $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{h}$

۱۳- فرض کنید f تابعی اکیداً صعودی و دوبار مشتق‌پذیر بر بازه $(0, +\infty)$ باشد و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - f''(x)) = L$. کدام

گزینه درست است؟

(۱) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f'(x) - f''(x)) = 0$

(۲) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - f'(x)) = L$

(۳) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x)} = 1$

(۴) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + f'(x)) = +\infty$

۱۴- فرض کنید $f(x)$ بر \mathbb{R} پیوسته باشد و برای $n = 0, 1, 2, \dots$ قرار دهیم $a_n = \int_0^1 f(n+x) dx$ به طوری که

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$. در این صورت مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(nx) dx$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $f(a)$

(۳) a

(۴) ممکن است موجود نباشد.

۱۵- فرض کنید تابع $g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته باشد. اگر $k > 1$ موجود باشد که برای هر $x \in [a, b]$

$$|g(x)| \leq k \int_a^x |g(t)| dt$$

در این صورت همه گزینه‌های زیر صحیح‌اند، به‌غیر از:

(۱) تابع g با شرایط بالا وجود دارد که $\int_a^b |g(x)| dx = k$

(۲) تابع g بر $[a, b]$ مشتق‌پذیر است.

(۳) $\int_a^b g(x) = k(g(b) - g(a))$

(۴) برای هر $x \in [a, b]$ $|g(x)| = k \int_a^x |g(t)| dt$

مبانی آنالیز عددی:

۱۶- می‌دانیم که x عددی نزدیک صفر است و $\frac{1}{4} \ln(1+x^4) = O(x^p)$ و $x^2 \cos x - x \sin x + \frac{1}{4} \ln(1+x^4) = O(x^p)$ عدد p کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۱۷- در یک دستگاه میز شناور نرمال شده در مبنای ۲، هر عدد حقیقی به صورت $\pm d_1 d_2 \dots d_n \times 2^{\pm d_1 d_2 \dots d_n}$ با d_i ها ارقام در مبنای ۲ و $d_1 \neq 0$ (وقتی عدد مخالف صفر باشد)، ذخیره می‌شود. فرض کنید در این دستگاه ارقام غیرقابل نمایش بریده می‌شوند. کوچک‌ترین عدد قابل نمایش و روند عدد یک به ترتیب برابرند با

(۱) 2^{-5} و 2^{-4}

(۲) $-\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{4}$

(۳) 2^{-5} و -2^{-5}

(۴) $-\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{4}$

۱۸- برای تعیین تقریبی از کوچک‌ترین ریشه مثبت معادله $x = \tan\left(\frac{\pi}{4} x\right)$ به روش تکرار ساده، یعنی $x_{n+1} = g(x_n)$

، گزینه مناسب برای $g(x)$ کدام است؟

(۱) $g(x) = \frac{2}{\pi} \text{Arc tan } x$

(۲) $g(x) = 2 + \frac{2}{\pi} \text{Arc tan } x$

(۳) $g(x) = \pi + \text{Arc tan } x$

(۴) $g(x) = -2 + \frac{2}{\pi} \text{Arc tan } x$

۱۹- تقریب تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ در بازه‌ی $I = [16, 17]$ با قطعه‌های درون‌یاب خطی مدنظر است. بازه‌ی I دست‌کم به چند

قطعه مساوی تقسیم شود تا کران بالای خطای درون‌یابی برای تخمین $f(x)$ در سرتاسر بازه بیش از 3×2^{-30}

نیاشد؟

(۱) ۳۰

(۲) ۱۰۰۰

(۳) ۱۰۲۴

(۴) ۲۰۴۸

۲۰- فرض کنید $\frac{3x^2 + x + 1}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \frac{a_3}{x-3}$ سه‌تایی (a_1, a_2, a_3) کدام است؟

(۱) $\left(\frac{5}{3}, -15, \frac{21}{3}\right)$

(۲) $\left(\frac{5}{3}, 15, \frac{21}{3}\right)$

(۳) $\left(\frac{5}{3}, 15, \frac{21}{3}\right)$

(۴) $\left(\frac{5}{3}, -15, \frac{21}{3}\right)$

۲۱- اگر $p(x)$ چندجمله‌ای درونیاب تابع $f(x) = \sin \frac{\pi x}{4}$ در نقاط $0, 1, 2$ از بازه $[0, 2]$ باشد، آنگاه کران بالا برای مقدار $|f(x) - p(x)|$ در بازه $[0, 2]$ برابر است با

$$\frac{\pi^2}{72} \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2}{108} \quad (2)$$

$$\frac{\pi^2 \sqrt{3}}{216} \quad (3)$$

$$\frac{\pi^2 \sqrt{3}}{72} \quad (4)$$

۲۲- مرتبه همگرایی (مجانبی) روش تکراری نیوتن برای تعیین مینیمم تابع $f(x) = (x-1)^4(x^2+1)-1$ برابر است با

(۱) یک

(۲) دو

(۳) سه

(۴) چهار

۲۳- رابطه تکراری زیر را برای پیدا کردن مینیمم کننده تابع $f(x)$ به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f'(x_n)}{q(x_n)}$$

فرض کنید دنباله $\{x_n\}$ به یک نقطه x^* همگراست و می‌دانیم $f'(x^*) = 0$ ، $f''(x^*) > 0$. چه رابطه‌ای بین f و q برقرار باشد تا نرخ همگرایی دست کم برابر با ۲ باشد؟

$$q'(x^*) = f'(x^*) \quad (1)$$

$$q'(x^*) = f''(x^*) \quad (2)$$

$$q''(x^*) = f'(x^*) \quad (3)$$

$$q''(x^*) = f(x^*) \quad (4)$$

۲۴- فرض کنید $x \in \mathbb{R}^n$ و $A_{n \times n}$ ، ماتریسی وارون پذیر است. گزینه صحیح برای یک نرم برداری کدام است؟

$$x^t A x \quad (1)$$

$$x^t A^t x \quad (2)$$

$$\sqrt{x^t A x} \quad (3)$$

$$\|Ax\|_2 \quad (4)$$

۲۵- مسئله $\min_{\lambda} \|b\lambda - c\|_2$ را در نظر بگیرید، که در آن $b, c \in \mathbb{R}^n$ ، $b \neq 0$ داده شده‌اند و $\lambda \in \mathbb{R}$ مجهول است.

مقدار مینیمم کننده λ

(۱) برابر است با صفر اگر b و c متعامد باشند

(۲) یگانه است اگر و تنها اگر $c = 0$

(۳) برابر است با صفر اگر $b = \alpha c$ به ازای برخی $\alpha \in \mathbb{R}$

(۴) همواره ناصفر است

۲۶- فرض کنید: $y'(x) = \frac{y(x+h) - y(x-h)}{2h} = F(h)$

می‌دانیم که $F(h) - y'(x) = O(h^r)$. کدام تقریب برای $y'(x)$ دارای خطای $O(h^r)$ است؟

$$(۱) \quad \frac{h}{2} F\left(\frac{h}{2}\right) - F(h)$$

$$(۲) \quad \frac{F\left(\frac{h}{2}\right) - F(h)}{2}$$

$$(۳) \quad \frac{2F\left(\frac{h}{2}\right) + F(h)}{3}$$

$$(۴) \quad \frac{F\left(\frac{h}{2}\right) + F(h)}{5}$$

۲۷- می‌خواهیم تخمینی از $\int_0^2 f(x) dx$ را با استفاده از جمع دو قاعده سیمسون ساده یکی روی بازه $[0, 1]$ و دیگری

روی بازه $[1, 2]$ به دست آوریم. با استفاده از مقادیر در جدول زیر، مقدار این تخمین سیمسون مرکب برای انتگرال چقدر است؟

x	۰	۰,۲۵	۰,۵	۰,۷۵	۱	۱,۵	۲
$f(x)$	۰	۱,۵	۲	۲,۵	۳	۴	۴,۵

$$(۱) \quad 3,5$$

$$(۲) \quad 4$$

$$(۳) \quad 5,5$$

$$(۴) \quad 5,75$$

۲۸- می‌خواهیم قاعده زیر برای چند جمله‌ای‌های با حداکثر درجه، به جای تابع f ، دقیق باشد. گزینه صحیح برای مقادیر a و b کدام است؟

$$\int_0^{\pi} \sin x f(x) dx \approx af(0) + bf'(\pi)$$

$$(۱) \quad a = b = 1$$

$$(۲) \quad a = 2, b = \pi$$

$$(۳) \quad a = 1 - \pi, b = 1 + \pi$$

$$(۴) \quad a = \pi, b = 1 - \pi$$

۲۹- روش انتگرال گیری به صورت $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} f(x) dx \approx W_1 [f(\sqrt{a}) + f(\sqrt{b})]$ مدنظر است. مقادیر W_1 ، a و b چقدر

باشند تا این روش برای توابع خطی دقیق باشد؟

(۱) $b = \frac{4}{9}$ ، $a = 0$ ، $W_1 = 1$

(۲) $a = b = \frac{2}{3}$ ، $W_1 = 1$

(۳) $a = b = \frac{1}{3}$ ، $W_1 = 2$

(۴) $b = 1$ ، $a = 0$ ، $W_1 = 2$

۳۰- روش‌های تخمین انتگرال نقطه میانی، ذوزنقه‌ای و سیمسون را روی یک بازه $[a, b]$ به ترتیب با M ، T و S نشان دهید. در این صورت، S برابر است با

(۱) $\frac{1}{3}(T+M)$

(۲) $\frac{2}{3}(T+M)$

(۳) $\frac{1}{3}T + \frac{2}{3}M$

(۴) $\frac{1}{6}T + \frac{2}{3}M$

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی:

۳۱- بُعد زیر فضای تولیدشده توسط $\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳۲- فرض کنید U و V دو زیرفضای برداری چهاربعدی متمایز از \mathbb{R}^5 باشند. بعد $U \cap V$ برابر با کدام یک از اعداد زیر است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳۳- کدام گزینه شرط وجود جواب برای دستگاه معادلات خطی $\begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 6 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ است؟

(۱) $b = 2a + c$

(۲) $b = 2a - c$

(۳) $b = 2(c - a)$

(۴) $b = 2(a + c)$

۳۴- اگر $T: V \rightarrow V$ یک تبدیل خطی روی فضای برداری n بعدی V روی میدان \mathbb{F} با مشخصه ۲ باشد، به طوری که

$T^2 = I$ قرار دهید $W = \{v \in V \mid T(v) = v\}$ ، آنگاه برای $\dim W$ چه می‌توان گفت؟

(۱) $\dim W \geq \frac{n}{2}$

(۲) $\dim W < \frac{n}{2}$

(۳) $\dim W = n - 1$

(۴) $\dim W = n$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

۳۵- دترمینان ماتریس مقابل کدام است؟

(۱) -3

(۲) 0

(۳) 3

(۴) -48

۳۶- فرض کنید W زیر فضایی از ماتریس‌های $n \times n$ باشد که اعضای آن متقارن هستند، و چندجمله‌ای ویژه آن‌ها به

شکل $x^n + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} + \dots + a_1x + a_0$ باشند، در این صورت بعد W روی \mathbb{R} کدام است؟

(۱) $\frac{(n-1)^2}{4}$

(۲) $\frac{n(n+2)}{4}$

(۳) $\frac{n(n-1)}{2}$

(۴) $\frac{(n-1)(n+2)}{2}$

۳۷- فرض کنید $V = \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7$ یک فضای برداری روی \mathbb{Z}_7 باشد و W زیر فضایی از V است. تعریف می‌کنیم

{ به ازای هر $(a', b') \in W$ و $(a, b) \in V$ | $aa' + bb' = 0$ } . $W' =$ کدام گزاره صحیح است؟

$$(1) \quad W \cap W' = \{0\}$$

$$(2) \quad \dim_{\mathbb{Z}_7} W + \dim_{\mathbb{Z}_7} W' = 2$$

(3) W' زیر فضایی از V نمی‌باشد.

(4) به ازای هر زیر فضای W از V داریم، $W \neq W'$

۳۸- ماتریس X را خود توان گوئیم هرگاه $X^T = X$. فرض کنید A و B دو ماتریس حقیقی $n \times n$ باشند به طوری که A و B و $A+B$ خود توان هستند. آنگاه:

$$(1) \quad \text{tr}(AB) = 0$$

$$(2) \quad \text{tr}(A) = \text{tr}(B)$$

(3) $I+A$ خود توان است.

(4) $I+A-B$ خود توان است.

۳۹- فرض کنید $V = \mathbb{R}[x]$ مجموعه چند جمله‌ای‌های با ضرایب حقیقی باشد و همچنین

$$P_{1394}(x) = \{f(x) \in V \mid \deg f(x) \leq 1394\} \text{ ، چنانچه } W = \{f(x) \in P_{1394}(x) \mid f(2) = 0\}$$

$\dim_{\mathbb{R}} W$ برابر است با:

$$(1) \quad 1392$$

$$(2) \quad 1393$$

$$(3) \quad 1394$$

$$(4) \quad 1395$$

۴۰- فرض کنید U و V دو زیر فضای برداری غیرمشمول در همدیگر از \mathbb{R}^n باشند، در این صورت همه موارد زیر صحیح‌اند، به‌غیر از: ($A \Delta B$ تفاضل متقارن دو مجموعه A و B است).

$$(1) \quad \langle U \cup V \rangle = U + V$$

$$(2) \quad \langle U \cap V \rangle = U \cap V$$

$$(3) \quad \langle U \Delta V \rangle = U \Delta V$$

$$(4) \quad \langle U \setminus V \rangle = U$$

۴۱- فرض کنید \mathbb{R}^+ مجموعه تمام اعداد حقیقی مثبت باشد. برای هر $x, y \in \mathbb{R}^+$ تعریف کنید $x + y = xy$ و برای هر $r \in \mathbb{R}$ و هر $x \in \mathbb{R}^+$ تعریف کنید $rx = x^r$. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

(1) \mathbb{R}^+ روی \mathbb{R} یک فضای برداری از بعد ۱ است.

(2) \mathbb{R}^+ روی \mathbb{R} یک فضای برداری نیست.

(3) \mathbb{R}^+ روی \mathbb{R} یک فضای برداری ۲ بعدی است.

(4) \mathbb{R}^+ روی \mathbb{R} یک فضای برداری از بعد نامتناهی است.

۴۲- اگر $A^T = A$ و $A \in M_n(\mathbb{C})$ در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) $\text{rank}(A) = \text{tr}(A^T)$

(۲) $(\text{tr}A)^T = (\text{tr}A^T)^T$

(۳) $(\text{tr}A^T)^T = (\text{tr}A)^T$

(۴) $\text{rank}(A^T) = \text{tr}(A^T)$

۴۳- فرض کنید A یک ماتریس حقیقی 7×7 باشد و $A^T = 5A - 6A$. اگر $\text{tr}(A) = 8$ آنگاه رتبه A برابر است با:

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۴۴- فرض کنید A ماتریسی 10×10 باشد که عناصر روی قطر آن ۱ است و بقیه درآبه‌های آن -1 هستند. در این صورت

مجموع درآبه‌های وارون A برابر است با:

(۱) $\frac{-3}{2}$

(۲) -1

(۳) $\frac{-5}{4}$

(۴) $\frac{-3}{4}$

۴۵- فرض کنید $A = \begin{pmatrix} 1394 & 1 & \sqrt{2} & -4 \\ 4 & 1395 & 9 & \sqrt{5} \\ -\sqrt{7} & 3 & 1396 & 96 \\ 13 & 97 & \sqrt{3} & 1397 \end{pmatrix}$ در این صورت داریم:

(۱) A وارون ناپذیر و ۱ مقدار ویژه آن می‌باشد.

(۲) A وارون پذیر است و ۱ مقدار ویژه آن می‌باشد.

(۳) A وارون ناپذیر است و ۱ مقدار ویژه آن نمی‌باشد.

(۴) A وارون پذیر است و ۱ مقدار ویژه آن نمی‌باشد.