

178

F



178F

نام :
نام خانوادگی :
محل امضاء :

صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
سال ۱۳۹۳

مهندسی هوا- فضا (۳)
سازهای هوایی (کد ۲۳۳۳)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - طراحی سازه‌های هوافضا - آنالیز سازه‌های هوافضا)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- دو جمله‌ی اول غیر صفر بسط مک لورن $f(z) = \sin(\sin z)$ در صفحه‌ی مختلط عبارتست از:

$$(۱) \quad z - \frac{z^3}{3} \quad (۲) \quad z + \frac{z^3}{3}$$

$$(۳) \quad z - \frac{z^3}{3!} \quad (۴) \quad z + \frac{z^3}{3!}$$

۲- با استفاده از روش جداسازی متغیرها $u(x, t) = X(x)T(t)$ در مسأله داده شده، برای $T(t)$ چه جوابی به دست می‌آید؟

$$u_{tt} - u_{xx} - u = 0 \quad 0 < x < 1, t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$(۱) \quad \sin(t\sqrt{k\pi}) \quad (۲) \quad \sin(t\sqrt{k^2\pi^2 - 1})$$

$$(۳) \quad \sin(t(k\pi - 1)) \quad (۴) \quad \sin(t(k^2\pi^2 - 1))$$

۳- حاصل انتگرال $\int_C \frac{dz}{\cosh z}$ که در آن C مربعی در جهت مثلثاتی به رئوس

$(\pm\pi, 0)$ و $(\pm\pi, \pi)$ می‌باشد، کدام است؟

$$(۱) \quad -2\pi i \quad (۲) \quad -2\pi$$

$$(۳) \quad 2\pi i \quad (۴) \quad 2\pi$$

۴- در مسأله جریان سیال مشخصی، لاپلاسین پتانسیل سرعت به صورت

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0$$

می‌باشد. با استفاده از روش جداسازی متغیرها،

$$\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + \frac{B_n}{r^n})(C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta)$$

پتانسیل سرعت به شکل

حاصل می‌شود. اگر به ازای تمام مقادیر θ ، شرایط: $r = a$ ، $\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$ ، و $r = b$ و

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = U \cos \theta \quad (a > b) \text{ و } U \text{ ثابت}$$

برقرار باشند آنگاه جواب مسأله عبارتست

از:

$$(۱) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \sin \theta \quad (۲) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r - \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta$$

$$(۳) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \cos \theta \quad (۴) \quad \varphi = \frac{Ub^2}{(b^2 - a^2)} \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \sin \theta$$

۵- تبدیل فوریه تابع $f(x) = e^{-|x|}$ به طوری که

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} e^{-i\omega x} f(x) dx$$

کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{1+\omega^2}$
- (۲) $\frac{2}{1+\omega^2}$
- (۳) $\frac{|\omega|}{1+\omega^2}$
- (۴) $\begin{cases} \frac{-1}{1+\omega^2}, & \omega < 0 \\ \frac{1}{1+\omega^2}, & \omega > 0 \end{cases}$

۶- می‌دانیم تابع $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در نقطه $z_0 = 1 - i$ تحلیلی است و $f'(z_0) = 1 + i$ در این صورت مقدار $u_r v_\theta + u_\theta v_r$ در نقطه مذکور کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}i$
- (۲) $-4i$
- (۳) $\sqrt{2}$
- (۴) $2\sqrt{2}$

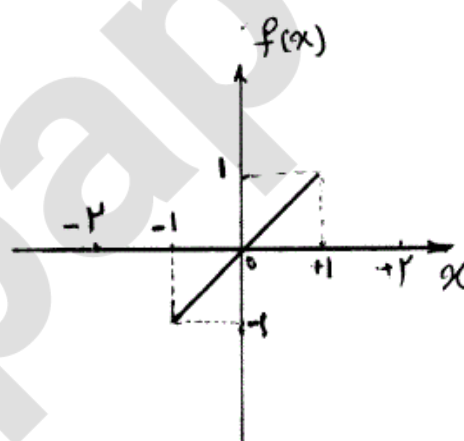
۷- تصویر ناحیه $x > C_1$ و $y > C_2$ از صفحه z به صفحه $w = u + iv$ تحت

تبدیل (نگاشت) $w = \frac{1}{z}$ در کدام یک از حالات زیر کراندار نیست؟

- (۱) $C_2 < 0, C_1 < 0$
- (۲) $C_2 > 0, C_1 < 0$
- (۳) $C_2 < 0, C_1 > 0$
- (۴) $C_2 > 0, C_1 > 0$

۸- تابع $f(x)$ به شکل زیر مفروض است. اگر $g(x) = \int f(x) dx$ و

$g(0) = -\frac{1}{3}$ ، در این صورت ضریب a_0 در سری فوریه تابع $g(x)$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{4}$
- (۲) $-\frac{1}{12}$
- (۳) 0
- (۴) $\frac{1}{12}$

۹- تابع مختلط $f(z) = u(r, \theta) + iv(r, \theta)$ در حوزه D که شامل مبدأ نیست تحلیلی می‌باشد به قسمی که تابع حقیقی v فقط به θ بستگی دارد (یعنی v به r بستگی ندارد). در این صورت مقدار کلی تابع u کدام است؟

- (۱) C
- (۲) $C \ln r$
- (۳) $\ln r + C$
- (۴) $C_1 \ln r + C_2$

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \sin^3(\pi x), 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = 0, u(1, t) = 0, \forall t > 0 \end{cases} \quad \text{مسأله مقدار اولیه - مرزی (۱)}$$

با تغییر متغیر تابع $u(x, t) - v(x) = w$ تبدیل می‌شود به مسأله مقدار اولیه مرزی (۲)

$$\begin{cases} w_{tt} - w_{xx} = 0, 0 < x < 1, t > 0 \\ w(x, 0) = g(x), w_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ w(0, t) = w(1, t) = 0 \end{cases}$$

که در آن $v(x)$ تابعی است که در معادله دیفرانسیل (۱) و شرایط مرزی آن صدق می‌کند. مقدار $g(x)$ کدام است؟

$$\frac{-3}{4\pi^2} \sin(\pi x) + \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x) \quad (۱)$$

$$\frac{3}{4\pi^2} \sin(\pi x) - \frac{1}{36\pi^2} \sin(3\pi x) \quad (۲)$$

$$\frac{-3}{4} \sin(\pi x) + \frac{1}{36} \sin(3\pi x) \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \sin(\pi x) - \frac{1}{36} \sin(3\pi x) \quad (۴)$$

-۱۱ معادله انتگرالی زیر داده شده است:

$$\int_0^{\infty} [A(\lambda) \cos(\lambda x) + B(\lambda) \sin(\lambda x)] d\lambda = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0 \\ \pi e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

مقادیر $A(\lambda)$ و $B(\lambda)$ به ترتیب کدام هستند؟

$$\lambda e^{-\lambda}, e^{-\lambda} \quad (۲) \quad e^{-\lambda}, \lambda e^{-\lambda} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{1+\lambda^2}, \frac{\lambda}{\lambda^2+1} \quad (۴) \quad \frac{\lambda}{\lambda^2+1}, \frac{1}{1+\lambda^2} \quad (۳)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y(u) du}{(x-u)^2 + a^2} = \frac{1}{x^2 + b^2}, \quad 0 < a < b \quad \text{در معادله‌ی انتگرالی}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{m^2 + \alpha^2} d\alpha = \frac{\pi}{2m} e^{-mx} \quad \text{پاسخ } y(x) \text{ کدام است؟ (راهنمایی):}$$

$$y(x) = \frac{(b-a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b-a)^2]} \quad (۲) \quad y(x) = \frac{(b+a)\alpha}{b\pi[x^2 + (b+a)^2]} \quad (۱)$$

$$y(x) = \frac{(a+b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]} \quad (۴) \quad y(x) = \frac{(a-b)\alpha}{b\pi[x^2 + (a-b)^2]} \quad (۳)$$

۱۳- سری فوریه تابع $f(x) = \ln(\cos(\frac{x}{\gamma}))$ ، $-\pi < x < \pi$ ، کدام است؟

$$-\ln \gamma - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \cos nx \quad (۲) \quad -\ln \gamma - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos nx \quad (۱)$$

$$-\ln \gamma - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1} \cos nx \quad (۴) \quad -\ln \gamma - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx \quad (۳)$$

۱۴- $\int \left\{ \frac{\gamma}{t} (1 - \cosh(at)) \right\} dt = \text{Ln} \left(1 - \frac{a^2}{s^2} \right)$ آنگاه

$\int \left\{ \frac{\gamma}{t} (1 - \cos(\omega t)) \right\} dt$ کدام است؟

$$\text{Ln} \left(\frac{\omega^2}{s^2} - 1 \right) \quad (۲)$$

$$\text{Ln} \left(1 - \frac{\omega^2}{s^2} \right) \quad (۱)$$

$$\text{Ln} (1 + \omega^2 s^2) \quad (۴)$$

$$\text{Ln} \left(1 + \frac{\omega^2}{s^2} \right) \quad (۳)$$

۱۵- برای جواب مسأله‌ی

$$u_{xx} = u_t, \quad 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0$$

$$u(x, 0) = \sin x + \sin 3x, \quad 0 < x < \pi$$

مقدار $u(\frac{\pi}{2}, 1)$ کدام است؟

$$e + e^{-3} \quad (۲)$$

$$e - e^{-3} \quad (۱)$$

$$\frac{e^{10} - 1}{e^9} \quad (۴)$$

$$\frac{e^{10} + 1}{e^9} \quad (۳)$$

۱۶- در یک مخزن استوانه‌ای تحت فشار جدار نازک، کرنش محیطی کدام است؟

(مدول یانگ E، ضریب پواسون $\nu = 0.3$ ، فشار داخلی P، شعاع r، ضخامت t)

$$\epsilon_{\theta} = 0.85 \frac{Pr}{Et} \quad (۲)$$

$$\epsilon_{\theta} = 0.45 \frac{Pr}{Et} \quad (۱)$$

$$\epsilon_{\theta} = 0.35 \frac{Pr}{Et} \quad (۴)$$

$$\epsilon_{\theta} = 0.7 \frac{Pr}{Et} \quad (۳)$$

۱۷- در طراحی یک مقطع بال جهت تحمل لنگر خمشی

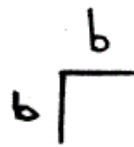
(۱) بخشی از پوسته فشاری با تنش استرینگر کار می‌کند.

(۲) تنش استرینگر مستقل از تنش پوسته است.

(۳) تنش فشاری و کششی در پوسته برابر تنش استرینگر می‌باشد.

(۴) تنش فشاری در پوسته و استرینگر برابر است.

۱۸- برای تقویت کننده (استرینگر) با مقطع زیر و طول $l = 200b$ ، کدام گزینه صحیح است. (تنش بحرانی اویلر و σ_{cr}^2 تنش بحرانی موضعی است)



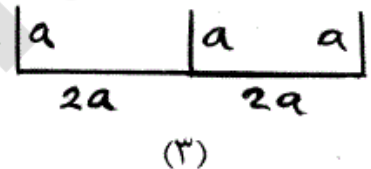
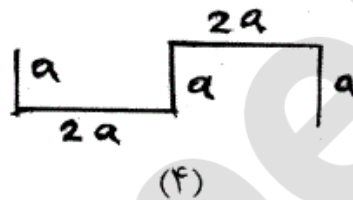
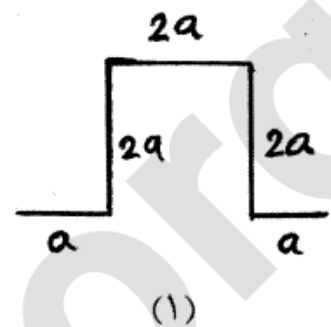
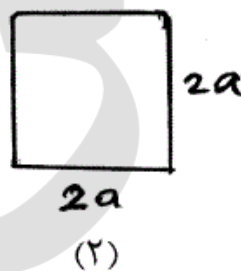
(۱) $\sigma_{cr}^1 = \sigma_y$

(۲) $\sigma_{cr}^2 = \sigma_y$

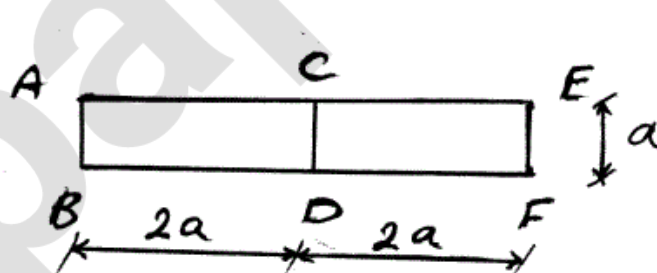
(۳) $\sigma_{cr}^2 < \sigma_{cr}^1$

(۴) $\sigma_{cr}^1 < \sigma_y$

۱۹- تنش Crippling در کدام پروفیل بیشتر است؟ (کلیه ضخامت‌ها یکسان است.)



۲۰- مقطع جدار نازک زیر، تحت لنگر پیچشی T قرار دارد. جریان برش در جداره CD چقدر است؟



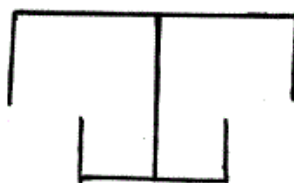
(۱) $\frac{T}{a^2}$

(۲) $\frac{T}{2a^2}$

(۳) صفر

(۴) $\frac{T}{4a^2}$

۲۱- در مقطع زیر برای محاسبه تنش Crippling از روش Gerard مقدار g چقدر است؟



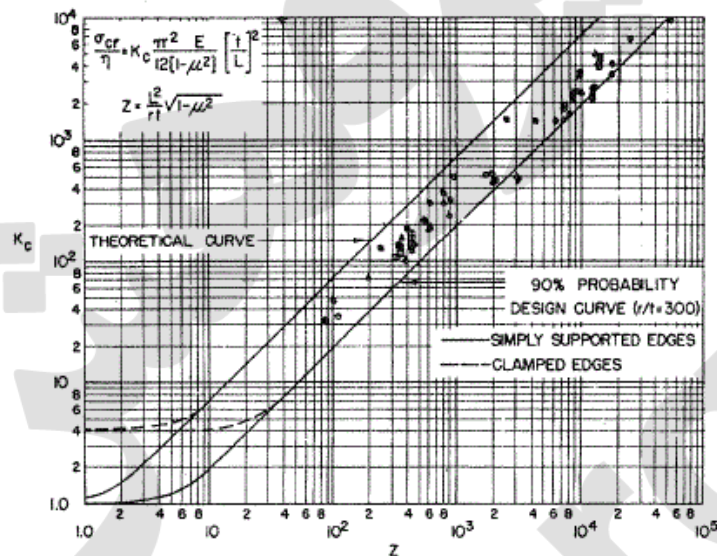
(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۴

(۴) ۱۹

۲۲- برای پوسته استوانه‌ای با ضخامت ۲ mm، قطر ۱/۲ m، طول ۱/۱۲ m و ضریب پواسون $\nu = 0.3$ ، با توجه به شکل، بار کمانش واقعی حدوداً چند برابر بار کمانش محاسبات تئوری است؟

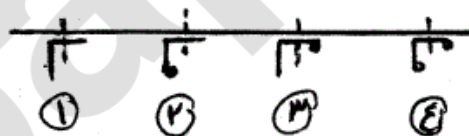


- ۱) 0.5 تا 0.75 برابر محاسبات
- ۲) 1.5 تا 2 برابر محاسبات
- ۳) 0.25 تا 0.3 برابر محاسبات
- ۴) بدون اطلاع از جنس (مدول ینگ E) نمی‌توان اظهارنظر کرد.

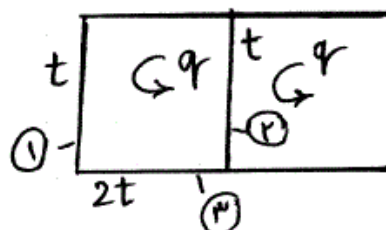
۲۳- در رفتار غیرخطی هندسی صفحات خمشی تحت بارهای عمود بر صفحه

- ۱) سختی خمشی افزایش می‌یابد.
 - ۲) سختی خمشی کاهش می‌یابد.
 - ۳) سختی خمشی ثابت می‌ماند.
 - ۴) صفحه کمانش می‌کند.
- ۲۴- نقش اساسی ریب در سازه بال هواپیما، مقاومت را افزایش می‌دهد.

- ۱) خمشی استرینگرها
 - ۲) خمشی بال
 - ۳) پیچشی بال
 - ۴) کمانشی استرینگرها
- ۲۵- کدام گزینه به لحاظ کاربرد، منطقی‌تر است؟



- ۱) $\tau_1 = \tau_2$
 - ۲) $\tau_3 \leq \tau_2$
 - ۳) $\tau_2 \geq \tau_3$
 - ۴) $\tau_2 < \tau_1$
- ۲۶- اگر τ_1 و τ_2 و τ_3 تنش‌های برشی در اعضاء (۱) و (۲) و (۳) باشند، کدام گزینه درست است؟



- ۱) $\tau_1 = \tau_2$
- ۲) $\tau_3 \leq \tau_2$
- ۳) $\tau_2 \geq \tau_3$
- ۴) $\tau_2 < \tau_1$

۲۷- در رابطه کمانش خطی اویلر با افزایش بار

- (۱) ماتریس سختی سازه به صورت خطی افزایش می‌یابد.
- (۲) ماتریس سختی هندسی سازه به صورت خطی افزایش می‌یابد.
- (۳) ماتریس سختی هندسی و ماتریس سختی سازه به صورت خطی افزایش می‌یابد.
- (۴) ماتریس سختی هندسی سازه ثابت باقی می‌ماند.

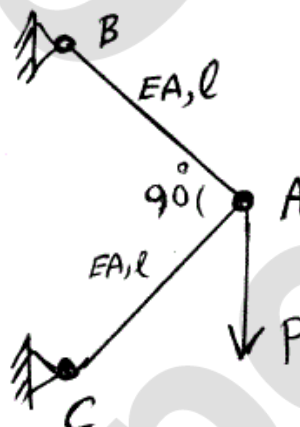
۲۸- مرکز برش یک مقطع جدار نازک چند سلولی نقطه‌ای است که

- (۱) اگر مقطع فقط به خمش کار کند برآیند نیروهای برشی از آن نقطه می‌گذرد.
- (۲) اگر مقطع فقط به برش کار کند برآیند نیروهای برشی از آن نقطه می‌گذرد.
- (۳) برآیند کلیه نیروهای ایرودینامیکی از آن نقطه می‌گذرد.
- (۴) محل اثر کلیه نیروهای برشی است.

۲۹- در طراحی بال یک هواپیمای مسافری

- (۱) پوسته بال کمانش نمی‌کند.
- (۲) پوسته بال تنها برای تحمل تنش برشی طراحی می‌گردد.
- (۳) مقاومت پس از کمانش پوسته بال در محاسبات منظور می‌گردد.
- (۴) از مقاومت پوسته در طراحی بال صرف‌نظر می‌شود.

۳۰- جابجایی قائم نقطه A در خرپای زیر چقدر است؟

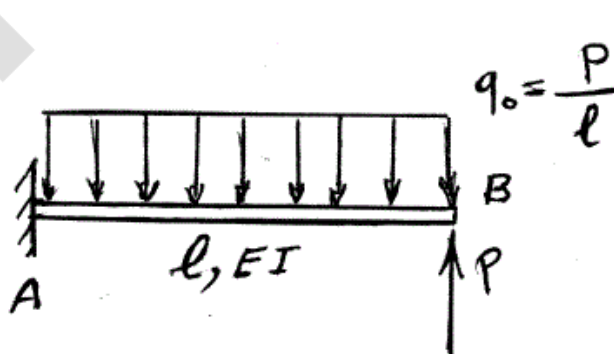


- (۱) $\frac{2Pl}{EA}$
- (۲) $\frac{Pl}{EA}$
- (۳) $\frac{Pl\sqrt{2}}{2EA}$
- (۴) $\frac{Pl}{2EA}$

۳۱- تنش بحرانی σ_{cr}^1 برای ورق طویل و تحت بارگذاری در امتداد طول آن بدست آمده است. با تغییر راستای بارگذاری به اندازه 90° و در امتداد عرض آن و بدست آمدن σ_{cr}^2 ، کدام گزینه صحیح است؟

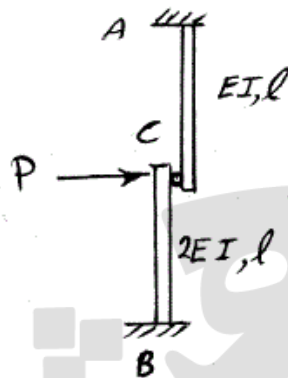
- (۱) $\sigma_{cr}^1 = \sigma_{cr}^2$
- (۲) $\sigma_{cr}^1 = 2\sigma_{cr}^2$
- (۳) $\sigma_{cr}^1 \geq \sigma_y$
- (۴) $\sigma_{cr}^2 \geq \sigma_y$

۳۲- دوران در وسط دهانه تیر خمشی کدام است؟



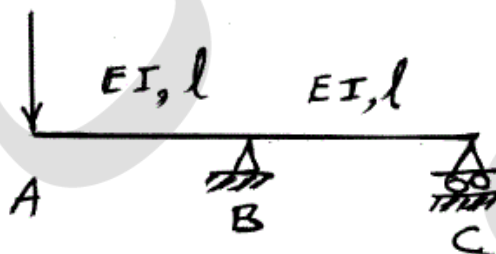
- (۱) $\frac{\Delta Pl^2}{48EI}$
- (۲) $\frac{2Pl^2}{16EI}$
- (۳) $\frac{11Pl^2}{48EI}$
- (۴) $\frac{7Pl^2}{48EI}$

۳۳- دو تیر کنسول به صورت مفصلی متصل شده‌اند، جابجایی افقی نقطه C، کدام است؟



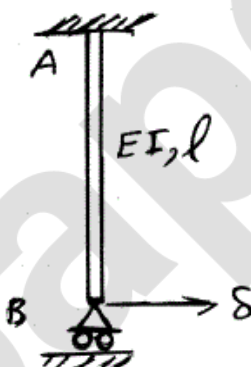
- (۱) $\frac{Pl^3}{9EI}$
- (۲) $\frac{Pl^3}{3EI}$
- (۳) $\frac{Pl^3}{EI}$
- (۴) $\frac{Pl^3}{2EI}$

۳۴- با صرف نظر کردن از انرژی برشی تغییر شکل، جابجایی قائم نقطه A کدام است؟



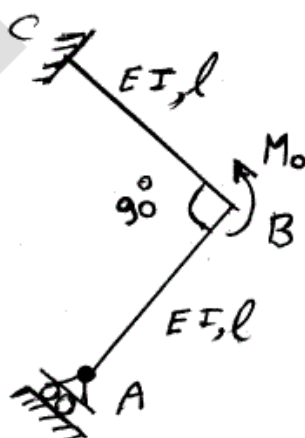
- (۱) $\frac{Pl^3}{3EI}$
- (۲) $\frac{Pl^3}{2EI}$
- (۳) $\frac{2Pl^3}{3EI}$
- (۴) $\frac{1}{3} \frac{Pl^3}{EI}$

۳۵- اگر انتهای تیر خمشی به اندازه δ جابجا شود، لنگر گیرداری در A کدام است؟



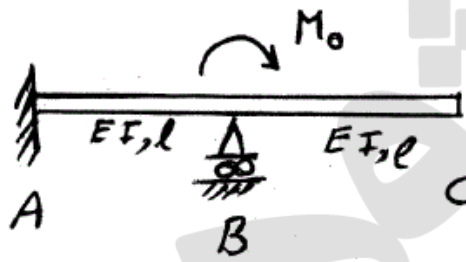
- (۱) $\frac{2EI}{l^3} \delta$
- (۲) $\frac{3EI}{l^3} \delta$
- (۳) $\frac{2EI}{l^3} \delta$
- (۴) $\frac{EI}{l^3} \delta$

۳۶- عکس العمل تکیه‌گاه A در امتداد AB در قاب زیر کدام است؟



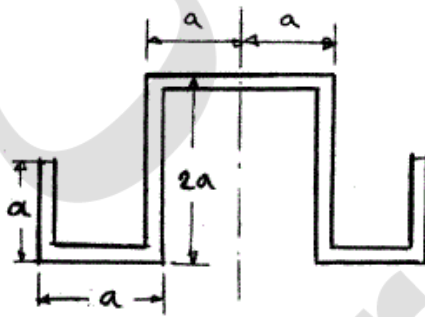
- (۱) $\frac{2M_0}{l}$
- (۲) $\frac{2M_0}{3l}$
- (۳) $\frac{M_0}{l}$
- (۴) $\frac{3M_0}{2l}$

۳۷- لنگر گیرداری در A کدام است؟



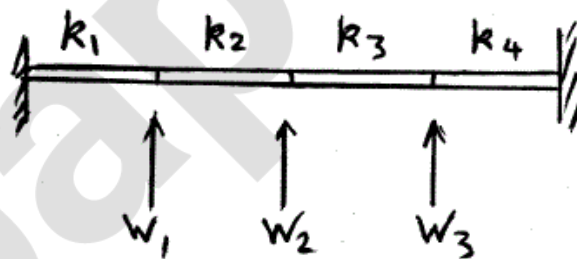
- (۱) $\frac{M_o}{2}$
- (۲) M_o
- (۳) $2M_o$
- (۴) $\frac{M_o}{4}$

۳۸- استرینگری با مقطع متقارن به شکل زیر، تحت اثر پیچش T قرار گرفته است. اگر ضخامت مقطع در تمام قسمت‌ها ثابت و برابر t باشد، نرخ پیچش آن با استفاده از تقریب نوار باریک عبارت است از:



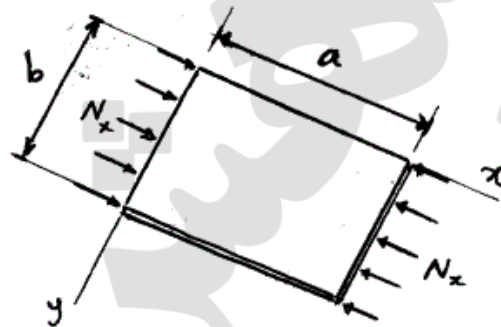
- (۱) $\frac{T}{10 \Delta G a t^3}$
- (۲) $\frac{T}{\Delta G a t^3}$
- (۳) $\frac{3T}{10 \Delta G a t^3}$
- (۴) $\frac{3T}{\Delta G a t^3}$

۳۹- تیر زیر با سه درجه آزادی W و با سختی‌های برشی k مدل شده است. ترم K_{33} ماتریس سختی کدام است؟



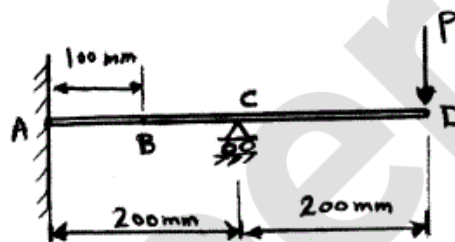
- (۱) $K_{33} = k_4$
- (۲) $K_{33} = k_2 + k_4$
- (۳) $K_{33} = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$
- (۴) $K_{33} = k_2$

۴۰- صفحه مستطیلی نازکی با ابعاد a و b در هر چهار لبه توسط تکیه‌گاه‌های ساده مقید شده است. بار فشاری N_x به تدریج افزایش داده می‌شود تا مودهای مختلف کمانشی در جهت x اتفاق بیفتند. با فرض اینکه در جهت y فقط مود اول کمانش اتفاق بیفتد، مقدار بار بحرانی برای کدام مودهای کمانشی در جهت x و در حالت $\frac{a}{b} = 2$ ، با هم برابر خواهند بود؟



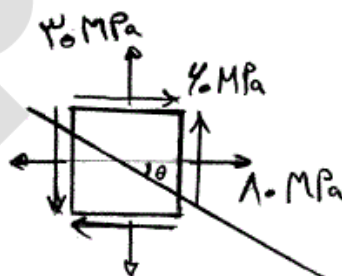
- (۱) مودهای اول و سوم
- (۲) مودهای دوم و سوم
- (۳) مودهای اول و چهارم
- (۴) مودهای دوم و چهارم

۴۱- سیستم خطی نامعین زیر را در نظر بگیرید. زمانی که بار $P = 100N$ در نقطه D اعمال شده است خیز نقطه B معادل با 2mm اندازه‌گیری می‌شود. حال اگر بار نقطه‌ای P به نقطه B منتقل شده و مقدار آن هم نصف شود، خیز در نقطه D چند میلی‌متر خواهد شد؟



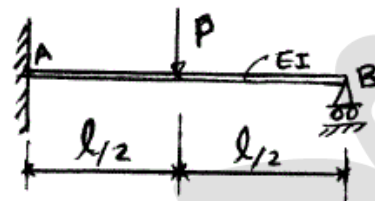
- (۱) ۰/۵
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۴۲- وضعیت تنش در المان بحرانی یک سازه به شکل زیر است. با دوران محورهای مختصات به اندازه θ ، یکی از مؤلفه‌های تنش نرمال به اندازه 30MPa تعیین شده است. دومین مؤلفه تنش نرمال چند MPa است؟



- (۱) -80
- (۲) 20
- (۳) 30
- (۴) 140

۴۳- با فرض ثابت بودن EI در تمام طول تیر زیر، عکس العمل عمودی در تکیه‌گاه B چقدر است؟

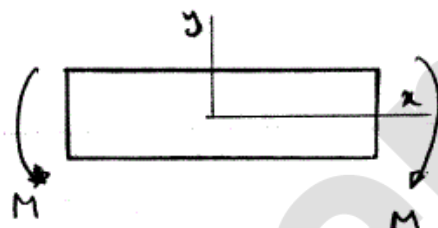


- (۱) $\frac{\Delta P}{16}$
 (۲) $\frac{3P}{8}$
 (۳) $\frac{P}{2}$
 (۴) $\frac{P}{4}$

۴۴- تابع تنش ابری برای حل یک صفحه مستطیلی همگن به شکل زیر در نظر گرفته شده است:

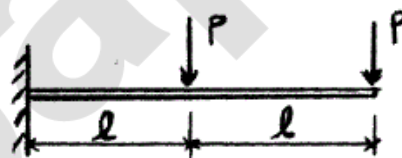
$$\phi = \frac{Ax^3}{6} + \frac{Bx^2y}{2} + \frac{Cxy^2}{2} + \frac{Dy^3}{6}$$

شرایط ثابت‌های A, B, C و D به چه صورت باشد تا این حل برای بارگذاری خمشی این صفحه مناسب گردد؟



- (۱) $A = B = D = 0$ و $C \neq 0$
 (۲) $B = C = D = 0$ و $A \neq 0$
 (۳) $A = B = C = 0$ و $D \neq 0$
 (۴) $A = C = D = 0$ و $B \neq 0$

۴۵- تیر شکل زیر با مقطع یکنواخت، تحت دو نیروی متمرکز قرار گرفته است. انرژی کرنشی ناشی از خمش تیر کدام است؟



- (۱) $\frac{7l^3}{3EI}$
 (۲) $\frac{22l^3}{3EI}$
 (۳) $\frac{14l^3}{3EI}$
 (۴) $\frac{29l^3}{3EI}$